TAFEL

zur

bequemen Berechnung

zwölfstelliger gemeiner Logarithmen

und umgekehrt.

Berechnet und zusammengestellt

von

Ernest Sedlaczek,

k. k. Major und Archivar des k. k. militär-geographischen Institutes;

Ritter des k. k. Franz Josef-Ordens; Besizer der k. k. Kriegsmedaille und des k. k. Offiziers-Dienstkreuzes; ordentliches Mitglied der k. k. geografischen Gesellschaft in Wien; wirkliches Mitglied des Vereines zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse in Wien, des Vereines für Landeskunde von Niederösterreich in Wien, des militär-wissenschaftlichen Vereines in Wien; korrespondirendes Mitglied der mährisch-schlesischen Gesellschaft zur Beförderung des Ackerbaues, der Natur- und Landeskunde in Brünn, der Società dei Concordi ed Arti in Rovigo, des Vereines zur Ermunterung des Gewerbsgeistes in Prag; thätiges Mitglied der kaiserlich russischen Akademie der Naturforscher in Moskau; Korrespondent der k. k. geologischen Reichsanstalt in Wien; Ehrenmitglied des naturhistorischen Vereines in Augsburg und des polytechnischen Vereines für das Königreich Baiern in München etz. etz.

Wien 1874.

Im Selbstverlage des Verfassers.

Zur Rechnung mit mehr als siebenstelligen Logarithmen bediente ich mich seit dem Erscheinen der Steinhauser'schen eilf- und fünfzehnstelligen Tafeln mit grosser Vorliebe dieser Tafeln, weil sie nicht blos weiter gehen und deren Anwendung eine bequemere ist, als die des *„Thesaurus logarithmorum"* von Vega, sondern auch etwaige Feler in den Steinhauser'schen Tafeln ganz leicht auffallen und vermieden werden können. Sehr häufigen Gebrauch habe ich von den Steinhauser'schen eilfstelligen Tafeln gemacht und kann die Versicherung aussprechen, dass von mir nur sehr wenige und unbedeutende Feler bemerkt worden sind. Nachdem aber nicht Jeder meine Beruhigung teilt, und es immerhin eine erhebliche Mühe kosten würde, vor Gebrauch der Steinhauser'schen Tafeln, dieselben zu revidiren, bin ich auf die Idee gekommen, mehrstellige Tafeln in einer Weise zusammenzustellen, dass die Angabe der Logarithmen fast auf ein Minimum beschränkt sei und die Anwendung der Tafel selbst, an Bequemlichkeit des Gebrauches dennoch fast keine Einbusse erleiden sollte.*)

Die vorliegende Tafel und die derselben beigegebene Gebrauchanweisung sind nun die Frucht meines Nachdenkens und ich hoffe, dass sie, wenn die in dieser Anleitung gegebenen Vorschriften geübt sein und befolgt werden, von jedem Rechner, der mit zehnziffrigen Zalen verlässlich rechnen will, nicht blos mit voller Beruhigung, sondern auch mit einiger Vorliebe angewendet werden dürfte.

---

*) Nebenbei sei bemerkt, dass ich in Anbetracht des Umstandes, dass die bisher gebräuchlichen Logarithmen-Tafeln sehr voluminös sind, schon seit geraumer Zeit damit mich beschäftigt habe, Theorien für neue Systeme von Logarithmen-Tafeln aufzustellen, welche bei der, den gegenwärtigen Tafeln gleichkommenden Bequemlichkeit des Gebrauches auf einen bedeutend geringeren Raum beschränkt sind, sowie Formeln abzuleiten, um die trigonometrischen Funkzionen und ihre Logarithmen in einer grösseren Stellenzal, als gewöhnlich gebräuchlich, bequem zu berechnen — und ich habe in der That grössere Rechnungen in vielen Stellen bisher durchgeführt. In Kürze werde ich mit einer, im Manuskripte schon seit 20 Jahren beendeten „Anleitung zur Rechnung mit Dezimalen und mit Logarithmen" eine fünfstellige Tafel der gemeinen Zalen-Logarithmen eines dieser Systeme in den Druck legen und in nicht zu ferner Zeit auch in einem autografisch erscheinenden Werke: „Anekdoten", welches verschiedene von mir noch nicht publizirte Aufsätze, Notizen und Tafeln aus dem Gebiete der reinen Mathematik und der Geodäsie enthalten soll, über die angezeigten Gegenstände, mich weiter auslassen. Es scheint mir, dass die praktische Rechnung durch die rein theoretischen Dedukzionen weit überholt worden sei, und dass diese die Erstere viel zu wenig berücksichtigt haben. So kann auch entschieden sowol manche geodätische, als astronomische Rechnung wesentlich vereinfacht werden.

Auch für eine zweiundzwanzigstellige Tafel der gemeinen und der natürlichen Logarithmen, analog wie die vorliegende, habe ich bereits einen grossen Teil in 25 Stellen fertig gerechnet und werde dieselbe ebenfalls seinerzeit veröffentlichen.

Der Grundgedanke, der mich bei Aufstellung meiner Tafel leitete, war derselbe, auf welchen die Steinhauser'schen Tafeln basirt sind, nämlich: die Zal, deren Logarithmus gesucht wird, in solche Faktoren zu zerlegen, deren Logarithmen aus der Tafel direkt entnommen werden können. Um aber die Ausdehnung der Tafel sehr zu beschränken, musste ich begreiflich zur Zerlegung in eine grössere Anzal von Faktoren greifen, als dies bei der Steinhauser'schen Tafel nöthig ist, daher aber auch die möglich bequemste Methode zur Zerlegung aufsuchen.

Die vorliegende Tafel enthält die Logarithmen der Zalen von 2 bis 19, dann von 101 bis 109, von 1001 bis 1009, von 10001 bis 10009, von 100001 bis 100009, von 1000001 bis 1000009, von 10000001 bis 10000009, in einer Genauigkeit von zwölf Dezimalstellen.*)

Ausserdem sind zur grösseren Bequemlichkeit beim Gebrauche der Tafel noch die Logarithmen jener Produkte angeschlossen, welche, wenn sie nicht schon früher vorkommen, den Produkten von je zwei Faktoren der Zalen von 2 bis 9 mit 2 bis 19 in allen ihren Verbindungen entsprechen und zwar sind die Produkte so geordnet, dass wo mehrfache Zerlegungen möglich waren, nur jene Faktoren angegeben sind, welche den kleinsten Unterschied geben, weil diese Angabe die bequemste anderweitige Zerlegung erlaubt. So ist beispielweise 55630 25007 67 die Mantisse des Logarithmus von $2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6$, bezüglich welcher Zerlegungen die Faktoren 6 und 6 den kleinsten Unterschied geben.

Die erste Hälfte der Tafel I, welche die Logarithmen von 71 Zalen angibt, reicht vollkommen aus, um die Logarithmen und ihre entsprechenden Zalen zu berechnen und es wurden nur zur grösseren Bequemlichkeit der Rechnung noch die Logarithmen von 58 Produkten hinzugefügt.

Die Tafel II gibt die Logarithmen der Primzalen bis 1423, welche in noch grösserer Ausdehnung allerdings von Heinrich Brigg (*Arithmetica logarithmica. London, 1624*) bereits gerechnet wurden, aber in dem gegebenen Umfange nicht allgemein zugänglich sind. Ich habe daher, namentlich die Logarithmen von 1201 bis 1423, welche auch die Callet'sche Tafel in der von mir gegebenen Stellenzal nicht mehr gibt, zweimal und um Irrungen zu vermeiden, nach verschiedenen Methoden berechnet.

Die vorliegende Tafel gestattet die grösste Uebersicht; auch ist das lästige Blättern ganz erspart.

In der Tafel bin ich nicht weiter, als bis zur Angabe der Mantissen der um eine Einheit wachsenden Zalen von 2 bis 19 aus dem Grunde gegangen, weil es mir nicht nur bequemer schien, eine gegebene Zal, deren Logarithmus gesucht wird, durch ihre höchste Rangziffer, und den auf diese Art erhaltenen Quozienten abermals durch eine aus dessen zwei höchsten Rangziffern bestehende Zal, welche in allen Fällen kleiner, als 20 sein muss, zu dividiren, als von Vorneherein die Division durch eine aus den zwei höchsten Rangziffern

*) Es gibt logarithmische Rechnungen, und dieser Fall kommt namentlich häufig in der Geodäsie vor, welche in zehn Stellen geführt werden. Nachdem man nun mit eilfstelligen Logarithmen eine volle Sicherheit von zehn Ziffern in allen Fällen nicht erreichen kann, habe ich mich entschlossen, eine Tafel zusammenzustellen, welche zwölfstellige Mantissen gibt.

der gegebenen Zal bestehende Grösse zu dividiren, indem auch durch die vorliegende Zusammenstellung die Angabe der Logarithmen bedeutend vermindert und von jedem Einzelnen zu seiner Beruhigung vor dem Gebrauche viel eher revidirt werden könnte; was übrigens bei der Felerlosigkeit der Tafel ganz überflüssig ist.

Die doppelte Division ist übrigens in der weitaus grösseren Anzal der möglichen Fälle sicher bequemer zur Rechnung, als die Division durch einen grösseren Divisor.

Ich will nun gleich mittels Beispielen den Leser in die Anwendung der Tafel einführen.

Ein bequemes Verfahren, zwei Zalen durch einander zu dividiren, von denen das Dividend aus einer Zal besteht, welche aus einer positiven Potenz von 10, grösser als Null, mit einer Anzal folgender Stellen von bedeutenden Ziffern, z. B. 1007490909 oder 10004874966 u. s. w. zusammengesezt ist und der Divisor aus derselben Potenz von 10 mit blos der ersten der dem Dividende angehängten bedeutenden Ziffer, in obigen Fällen 1007 oder 10004, besteht, ist das Folgende:

Man gruppire das Dividend von der höchsten zur niedrigsten Stelle in Klassen nebeneinander, deren jede um eine Stelle weniger hat, als der Divisor. Z. B. für die gegebenen Fälle 100, 749, 090, 900 oder 1000, 4874, 9660. Unter die erste Klasse, welche folgerichtig nur aus der Ziffer 1 mit angehängten Nullen bestehen kann, schreibe man, nachdem man für wenigstens eine Zalenreihe einen leeren Raum gelassen und darunter einen horizontalen Strich gezogen hat, diese Klasse als ersten Teilquozienten unterhalb des Striches unverändert an; das Produkt desselben mit der Ziffer der niedrigsten Stelle des Divisors wird von der zweiten Klasse abgezogen und unter dieselbe oberhalb des Striches der entsprechende Rest angeschrieben. Nun untersucht man, ob das Produkt der höchsten Stelle dieses Restes, in die niedrigste Stelle des Divisors, von der folgenden Klasse mit positivem Reste subtrahirbar sei; wenn nicht, müssen von diesem Reste so viele Einheiten abgezogen werden, als unbedingt erforderlich sind, um die Subtrakzion des besagten Produktes von der nächsten Klasse durch Vorsezung dieser Einheitsziffer als höchste Stelle dieser folgenden Klasse zu ermöglichen, und es ist jener Rest, welcher das subtrahirbare Produkt gibt, der zweite Teilquozient, welcher unterhalb des Striches und unter die zweite Klasse in ihrer vollen Zifferzal angeschrieben wird. Die zu korrigirende Einheitsziffer kann zwischen beiden Klassen oberhalb oder auch unterhalb indizirt werden. Nachdem nun der entsprechende Rest von der dritten Klasse gebildet wurde, untersucht man abermals, ob das Produkt des dritten Teilquozienten in die Ziffer der niedrigsten Stelle des Divisors von der vierten Klasse mit positivem Reste subtrahirbar sei oder nicht, und verfahre im Weiteren, sowie überhaupt, soweit man die Rechnung fortsezen will, nach der bisher gegebenen Vorschrift. Dass man folgende Stellen oder Klassen, welche keine bedeutenden Ziffern haben, durch Nullen bezeichnen kann, versteht sich wol von selbst.

Beispiele werden die Operazion deutlicher machen.

Als Grundlage für die Massvergleichungen zwischen dem Wiener- und dem metrischen Masse, welche in dem „Gesez vom 23. Juli 1871, womit eine neue Mass- und Gewichtsordnung festgestellt wird“, angenommen worden ist, dienten die Ergebnisse, dass 1 Wiener Klafter = 840·70370 Linien der Toise du Pérou und

1 Meter = 443·296 Linien derselben Toise, gross gefunden wurden. Wir wollen nun aus diesen Daten den Verwandlungs-Logarithmus zwischen der Wiener Klafter und dem Meter berechnen, indem wir zuerst die Logarithmen von 443·296 und 840·70370 suchen und beide Logarithmen von einander abziehen.

Ohne Rücksicht auf den Stellenwert, welcher auf die gesuchte Mantisse ohne Einfluss ist, hat man nun die Zal 443·296 auf möglich bequemste Weise in geeignete Faktoren so zu zerlegen, wie sie für die Tafel nötig sind und behufs dessen das Divisionsverfahren früher angegeben worden ist:

$$443296 : 4 = 110824$$
$$110824 : 11 = 10074909090\dot{9}\dot{0}\dot{9}\ldots$$

Es wäre also, ohne Rücksicht auf den Stellenwert

$$443296 = 4 \times 11 \times 10074909\dot{0}\dot{9}\ldots$$

oder, weil log. 4 + log. 11 = log. 44 den Tafeln direkt entnommen werden kann, auch

$$443296 = 44 \times 10074909\dot{0}\dot{9}\ldots$$

Nun ist die Grösse $10074909\dot{0}\dot{9}\ldots$ weiter so lange in lauter solche Faktoren zu zerlegen, deren Logarithmen aus der Tafel entnommen werden können und es erscheint als erste Aufgabe, diese Zal durch 1007 zu dividiren.

Nachdem nun die Tafel zwölfstellige Mantissen gibt und noch die Logarithmen von 10000001 bis 10000009 direkt aus derselben entnommen und noch für weitere 6 Stellen die Proporzionalteile aus dieser lezten Gruppe der Logarithmen ohne Feler eingeschaltet werden können, braucht man eigentlich 13 Stellen im Quoziente; um jedoch Feler in den lezten Stellen zu vermeiden, wird es besser sein, eine oder zwei Stellen mehr zu entwickeln.

Die erste Division wird sonach folgende Form annehmen:

$$\begin{array}{r l}
100\ \ 749_1\ 090_5\ 909_5\ 090 & \\
049\ \ 754\ \ 666\ \ 463 & \\
\hline
100\ \ 048\ \ 749\ \ 661\ \ 461 & 7
\end{array}$$

Indem ich zuerst die Klassen in der erforderlichen Zifferzal anschreibe, den horizontalen Strich ziehe und demselben zur Vermeidung jeden Irrtums die als permanenter Faktor geltende Ziffer 7 der niedrigsten Stelle des Divisors rechts beiseze, gegen welche Richtung die Rechnung immer mehr gravitirt, verfahre ich auf folgende Art:

Erste Klasse 100, als erste Klasse des Teilquozienten unverändert angeschrieben; diese mit der Ziffer 7 der niedrigsten Stelle des Divisors multiplizirt und von der zweiten Klasse abgezogen, gibt 049, was ich oberhalb des Striches unter die zweite Klasse schreibe. Auf den ersten Blick sieht man, dass 049 × 7 > 090, welcher leztere Wert die dritte Klasse ist, und dass die dritte Klasse 090 durch Vorsezung von 1 als höchste Stelle dieser Klasse für das Produkt 048 × 7 schon subtrahirbar wird; daher ich den Rest 049 um eine Einheit vermindere und 048 als zweiten Teilquozienten unterhalb des Striches anschreibe; diese Einheit aber gleichzeitig zwischen die zweite und dritte Klasse unterhalb markire.

Nun multiplizire ich 048 mit der niedrigsten Ziffer 7 des Divisors und ziehe dieses Produkt von der dritten, nunmehr korrigirten Klasse 1090 des Dividendes ab und erhalte 754 als Rest, welchen ich oberhalb des Striches unter die dritte Klasse anschreibe. Auf den ersten Blick sieht man, dass dieser Rest mit der niedrigsten Ziffer 7 des Divisors multiplizirt, abermals grösser ist, als die folgende Klasse 909, daher von derselben mit positivem Reste nicht subtrahirbar wäre, und dass um diese Subtrakzion zu ermöglichen, diese Klasse durch Voransezung von 5 Einheiten erhöht, also 5909 werden muss, welche Ziffer 5 zwischen beiden Klassen unterhalb markirt und zugleich von der Einheit des gefundenen Restes abgezogen wird, um 749, den dritten Teilquozienten zu erhalten. Dieser Teilquozient mit der Ziffer 7 der niedrigsten Stelle des Divisors multiplizirt und von der erhöhten vierten Klasse des Dividendes abgezogen, gibt 666, welcher Rest unter diese Klasse und oberhalb des Striches angeschrieben wird. Man sieht sogleich, dass das Siebenfache des Restes abermals grösser ist, als die nächste Klasse, so dass dieselbe nur dann subtrahirbar wird, wenn diese Klasse durch Vorsezung der Ziffer 5 als nunmehr höchste Stelle dieser Klasse erhöht wird, welche auch um den vorhergehenden Teilquozienten zu geben, als Einheiten vom Reste 666 abgezogen werden muss, so dass also dieser Teilquozient 661 wird. Auf analoge Weise wird nun die Operazion so lange fortgesezt, als das Bedürfniss der Rechnung es erheischt. Man hat sonach als Quozienten 100048749661461, welcher wieder durch 10004 zu dividiren ist, wie folgt;

$$
\begin{array}{rrrrl}
1000 & 4874 & 9661_3, & 461 & \\
 & 0874 & 6165 & 995 & \\
\hline
1000 & 0874 & 6162 & 995 & 4
\end{array}
$$

somit 100008746162995 der neue Quozient, welcher durch 100008 wie folgt, dividirt wird:

$$
\begin{array}{rrrl}
10000 & 87461 & 62995 & \\
 & 07461 & 03307 & \\
\hline
10000 & 07461 & 03307 & 8
\end{array}
$$

somit 100000746103307 der neue Quozient, welcher durch 1000007 dividirt wird:

$$
\begin{array}{rrrl}
100000 & 746103, & 307 & \\
 & 046103 & 984 & \\
\hline
100000 & 046102 & 984 & 7
\end{array}
$$

also ist 100000046102984 der neue und zugleich der lezte Quozient, dessen Entwicklung nötig war, um den Logarithmus mit Hilfe der gegebenen Tafel zu finden.

Reasummirt man die vollzogenen Operazionen, so findet man ohne Rücksicht auf den Dezimalwert:

$$443296 = 44 \times 1007 \times 10004 \times 100008 \times 1000007 \times 10000004610298$$

und hat eine Zerlegung in lauter solche Faktoren, deren Logarithmen der Tafel entnommen werden können.

Will man das doppelte Anschreiben der Quoziente ersparen, so kann man die Rechnung auch in zusammenhängender Schreibweise führen, indem man die Ziffer etwas und gleichweit von einander entfernt anschreibt, und allenfalls die einzelnen Klassen durch Punkte oder Striche markirt. Es würde sonach obiges Beispiel in zusammenhängender Schreibweise, wie folgt, dargestellt erscheinen:

$$
\begin{array}{r l}
4\ 4\ 3\ 2\ 9\ 6 & \\
\hline
1\ 1\ 0\ 8\ 2\ 4 & 4 \\
\hline
1\ 0\ 0\ 7\ 4\ 9,\ 0\ 9\ 0_5 9\ 0\ 9_5 0\ 9\ 0 & 11 \\
7\ 5\ 4\ 6\ 6\ 6\ 4\ 6\ 3 & \\
\hline
1\ 0\ 0\ 0\ 4\ 8\ 7\ 4\ 9\ 6\ 6\ 1_3 4\ 6\ 1 & 7 \\
6\ 1\ 6\ 5\ 9\ 9\ 5 & \\
\hline
1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 8\ 7\ 4\ 6\ 1\ 6\ 2\ 9\ 9\ 5 & 4 \\
\hline
1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 7\ 4\ 6\ 1\ 0\ 3,\ 3\ 0\ 7 & 8 \\
\hline
1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 4\ 6\ 1\ 0\ 2\ 9\ 8\ 4 & 7
\end{array}
$$

Die vermehrten Divisionen machen die Zerlegung in Faktoren kaum umständlicher, weil jede spätere Division um so bequemer ausgeführt wird.

Schreibt man sich nun aus der Tafel die Mantissen der einzelnen Faktoren untereinander heraus, addirt selbe und berücksichtigt die Karakteristik des Produktes, so erhält man dessen Logarithmus.

Man hat also:

log. 4 + log. 11 = log. 44	=	64345	26764	86
log. 1007	=	302	94705	54•
log. 10004	=	17	36830	58
log. 100008	=	3	47421	69•
log. 1000007	=		30400	51•
log. 10000004	=		1737	18•
	(6)		260	58•
	(1)		4	34
	(3)			13•
log. 443·296	=	2·64669	38125	40

Ueber diese kurze Rechnung ist nur Weniges zu bemerken. Die den ersten fünf Faktoren entnommenen Mantissen findet man genau aus der Tafel; ebenso die Mantisse für die ersten acht Stellen des lezten Faktors; für die lezten Stellen dieses Faktors dienen die in der Gruppe der Zalen von 10000001 bis 10000009 angegebenen Mantissen, von denen für jede folgende Stelle eine Mantissenstelle, mit Rücksicht auf die durch die vernachlässigte Ziffer bedingte Korrektur, weggelassen wird. Nur die Mantisse für 100000009 ist nicht 000000039086, wie sie nach Angabe sein müsste, sondern 000000039087. Auf diesen Umstand wurde durch das der Mantisse beigegebene Karakteristikon (5) aufmerksam gemacht, welches für diesen Fall die Korrektur der Ziffer 6 anzeigt. Statt der lezten Stellen 298 wurde 3 angenommen, also eine zu grosse Ziffer, daher auch die dieser Ziffer entsprechenden Mantissenstellen 13 zu gross sind und durch einen Punkt bezeichnet werden müssen, und zwar um so eher, als bei fortgesezter Division die lezten Ziffern noch kleiner ausfallen würden.

In der Tafel ist durchgehends die Einrichtung getroffen, dass die niedrigste Ziffer, wenn sie wegen Weglassung der unmittelbar darauf folgenden Ziffer 5, 6, 7, 8 oder 9, um eine Einheit erhöht werden musste, durch einen derselben beigefügten Punkt besonders markirt wurde,*) so dass also jede mit einem Punkte versehene Mantisse zu gross und jede Mantisse ohne Punkt zu klein ist, und zwar beträgt der wahrscheinliche Fehler des Zugrossen oder Zukleinen 0·25 Einheiten des Stellenwertes der lezten Mantissenstelle. Sind daher mehre solche Mantissen zu addiren, so zäle man die mit einem Punkte versehenen Mantissen, sowie die Mantissen ohne Punkt, jede Partie für sich ab, und dividire den Unterschied beider Abzälungen durch 4. Je nachdem nun die Anzal der punktirten oder der nicht punktirten Mantissen die grössere ist, ist auch die ohne Rücksicht auf die Punkte gebildete Summe um den gefundenen Quozienten, als Einheiten der niedrigsten Stelle wahrscheinlich zu gross oder zu klein; wonach also die nöthige Korrekzion an der ohne jeder Rücksicht auf die Punkte gemachten Summe ganz leicht angebracht werden kann. In dem vorigen Beispiele beträgt die Summe der niedrigsten Stellenwerte ohne Rücksicht auf die Punkte 51; nun sind von den Summanden 6 Mantissen mit und 3 Mantissen ohne Punkt bezeichnet; es sind daher 6 — 3 = 3 Mantissen zu gross angegeben, also die Summe 51 um 3 $\times$ 0·25 = 0·75, fast um eine Einheit zu gross, welche abzuziehen ist; daher die lezte Stelle der Summe nicht 1, sondern 0 sein muss.

Als zweites Beispiel soll log. 840·70370 gesucht werden.

In zusammenhängender Schreibweise hat man:

$$
\begin{array}{r l}
8\;4\;0\;7\;0\;3\;7\;0 & \\
\hline
1\;0\;5\;0\;8\;7_4 9\;6_4 2\;5_2 0\;0_1 0\;0_3 0 & 8 \\
8\;7\;8\;1\;4\;0\;1\;0\;5\;5\;4 & \\
\hline
1\;0\;0\;0\;8\;3\;7\;7\;3\;8\;0\;9_1 5\;2\;4 & 5 \\
0\;7\;9\;3\;8\;9\;0 & \\
\hline
1\;0\;0\;0\;0\;3\;7\;7\;0\;7\;9\;2\;8\;8\;9 & 8 \\
6\;9\;7\;6\;8 & \\
\hline
1\;0\;0\;0\;0\;0\;7\;7\;0\;7\;6\;9\;7\;6\;6 & 3 \\
\hline
1\;0\;0\;0\;0\;0\;0\;7\;0\;7\;6\;9\;2\;7\;1 & 7
\end{array}
$$

Es ist also 8407037 = 8 $\times$ 105 $\times$ 10008 $\times$ 100003 $\times$ 1000007 $\times$ 10000007076927

*) Bereits am 19. November 1847 habe ich in einer „Versammlung der Freunde der Naturwissenschaften in Wien", siehe Dezemberheft der „Berichte" (Seite 428 und 429) auf den Vorteil aufmerksam gemacht, der für den Fall der Vernachlässigung der lezten Ziffer für die Genauigkeit einer Rechnung sich ergibt, wenn in Tafeln, namentlich in Logarithmentafeln die niedrigste, durch Korrektur enstandene, Ziffer 5 besonders karakterisirt wird und habe für diesen Fall die Substituirung der römischen Ziffer 5 in Vorschlag und zur Anwendung gebracht.

Ausser meinen, für k. k. Pionnier-Offiziere in den Jahren 1851 und 1852 zu Klosterneuburg gehaltenen Vorträgen über Elementar- und höhere Mathematik, Mechanik und Physik habe ich die Wichtigkeit dieses Gegenstandes auch in der im Jahre 1851 in Wien erschienenen „Anleitung zum Gebrauche einiger logarithmisch geteilter Rechenschieber, u. s. w." (Vorwort Seite X und XI) wiederholt, namentlich mit Hinweisung auf Logarithmentafeln, betont. Ob in Folge meiner Anregung oder aus eigener Iniziative, ist mir unbekannt; zu meiner Freude habe ich später die Wahrnehmung gemacht, dass Steinhauser im Jahre 1857, Schrön im Jahre 1859, Gernerth im Jahre 1866 meinen Vorschlag in erweiterter Ausdehnung, zur Anwendung brachten, während Bruhns im Jahre 1869 nicht weiter ging, als mein Vorschlag reichte. In allen Fällen aber war die Form eine verschiedene. Mir scheint nunmehr das Steinhauser'sche Verfahren sowol der Sache, als der Form nach, das geeignetste, welches darin besteht, dass bei allen irrazionalen Zalen, die lezte Ziffer, wenn sie durch Korrekzion der vernachlässigten darauf folgenden grösseren Ziffer als 5 entstanden, das heisst um eine Einheit erhöht worden ist, durch einen beigefügten Punkt bezeichnet wird.

somit log. 8 + log. 105 = log. 84	=	92427	92860	62•
log. 10008	=	34	72966	85
log. 100003	=	1	30286	39
log. 1000007	=		30400	51•
log. 10000007	=		3040	06
	(7)		30	40
	(6)		2	61•
	(9)			39
	(3)			1•
log. 840·7037	=	2·92464	29587	84

Zieht man nun die beiden gefundenen Logarithmen von einander ab,

log. 443·296	=	2·64669	38125	40
log. 840·70370	=	2·92464	29587	84
		0·72205	08537	56 — 1,

so erhält man den additiven Logarithmus zur Verwandlung von Meter in Wiener Klafter, welcher erst in der zwölften Dezimalstelle um keine ganze Einheit zu klein ist, wie die Rechnung mit mehrstelligen Tafeln ergibt. Der Umstand, dass eine grössere Reihe von Mantissen und Proporzionalteilen zu addiren ist, ist für die Genauigkeit der lezten Stelle in so ferne nur vom Vorteil, als die Wahrscheinlichkeit der Fehlerverkleinerung bei Vernachlässigung der dreizehnten Mantissenstelle zunimmt.

Wir wollen nun in einem Beispiele die umgekehrte Aufgabe lösen, indem wir zu dem gefundenen Logarithmus die entsprechende Zal suchen. — Es sei also die entsprechende Zal zum Logarithmus 0·72205 08537 57•— 1 aufzusuchen. Indem man nun, um die Faktoren, aus welchen die entsprechende Zal zusammengesezt ist, zu finden, zuerst die möglich grössten und dann immer kleinere Logarithmen, wie sie in der Tafel enthalten sind, von dem gegebenen Logarithmus abzieht, hat man:

0·72205	08537	57•	
71600	33436	35•	= log. 4 + log. 13 = log. 52
604	75101	22	
432	13737	83•	= log. 101
172	61363	39	
130	09330	20	= log. 1003
42	52033	19	
39	06892	50•	= log. 10009
3	45140	69	
3	03995	50•	= log. 100007
	41145	19	
	39086	33•	= log. 1000009
	2058	86	
	1737	18•	= log. 10000004,74072
	321	68	
	304	01•	
	17	67	
	17	37	
		30	
		30	
		0	
	+ 1	= Korrektur.	

Die entsprechende Zal ist also aus folgenden Faktoren zusammengesezt:

$4 \times 13 \times 101 \times 1003 \times 10009 \times 100007 \times 1000009 \times 1000000474072$

Nachdem die zwölfte Ziffer 7 des lezten Faktors mit Hilfe der Proporzionalteile bestimmt wurde, war es, um noch die dreizehnte Ziffer zu bestimmen, notwendig, eine Korrektur anzubringen. Da aber der gegebene Logarithmus und die erste Mantisse, beide mit einem Punkte versehen sind, somit der sich ergebende Rest bis auf die lezte Stelle als genau angesehen werden muss, wird die Mantisse des log. 52 nicht mitgezält und wir haben zusammen 6 Mantissen mit Punkt, also zu gross, und 3 Mantissen ohne Punkt, also zu klein, daher 3 Mantissen zu gross abgezogen; da nun 3 durch 4 dividirt, nahezu 1 gibt, erscheint bei der Operazion fast um eine Einheit zu viel abgezogen, welche als Korrektur noch nachträglich addirt werden muss. Dadurch ergibt sich der lezte, richtig gestellte Rest, welcher endlich nach den Proporzionalteilen die dreizehnte Ziffer 2 gibt.

Nun sind die einzelnen Faktoren miteinander zu multipliziren und man hat bei Anwendung der abgekürzten Multiplikazion und in zusammenhängender Schreibweise:

10000	00474	072
9000	003	
10000	09474	075
	70000	663
10000	79474	738
9	00071	527
10009	79546	265

10009	79546	265
30	02938	639
10039	82484	904
100	39824	849
10140	22309	753
3042	06692	926
13182	29002	679
52729	16010	716

Es ist also mit Rücksicht auf die entsprechende Zal, oder in ihrer Bedeutung: 1 Meter = 0·52729 16010 716 Wiener Klafter gross gefunden worden, in welchem Werte die dreizehnte Ziffer um zwei Einheiten zu klein ist. Es soll nun zur dekadischen Ergänzung des gegebenen Logarithmus die entsprechende Zal, beziehungsweise der reziproke Wert der vorher gefundenen Grösse, gesucht werden. Behufs dessen hat man:

0·27794	91462	43	
25527	25051	03	= log. 18
2267	66411	40	
2118	92990	70•	= log. 105
148	73420	70	
130	09330	20	= log. 1003
18	64090	50	
17	36830	58	= log. 10004
1	27259	92	
	86858	03•	= log. 100002
	40401	89	
	39086	33•	= log. 10000 0 9
	1315	56	
	1302	88	= log. 10000003,02902
	12	68	
	8	69•	
	3	99	
	3	91•	
		8	
		0	= Korrektur

Multiplizirt man die erhaltenen Faktoren, so hat man in zusammenhängender Schreibweise:

10000	00302	902
	9000	003
10000	09302	905
	20000	186
10000	29303	091
4	00011	721
10004	29314	812
30	01287	944
10034	30602	756
501	71530	138
10536	02132	894
8428	81706	315
18964	83839	209

Die hier gefundene entsprechende Zal ist in den eilf ersten Stellen noch vollkommen richtig; die lezten 2 Stellen sollten statt 09, eigentlich 41 heissen.

Es ist also

1 Wiener Klafter = 1·8964838392 Meter.

Zum Schlusse mag noch erwähnt sein, dass es keine so schwierige Aufgabe ist, die erste Hälfte der aus 71 Mantissen bestehenden Tafel I. dem Gedächtnisse sich einzuprägen; wodurch dann ein halbwegs geübter Rechner ganz leicht auch aus dem Kopfe sowol Logarithmen zu gegebenen Zalen, als umgekehrt, in einem Zeitraume von 6 bis 7 Minuten zu berechnen im Stande sein wird.

I. Tafel
zur Berechnung gemeiner Logarithmen in 12 Dezimalstellen u. umgekehrt.

N.	Log.	N.	Log.
		100001	00000 43429 23
2	30102 99956 64.	2	0 86858 03.
3	47712 12547 20.	3	1 30286 39
4	60205 99913 28.	4	1 73714 32.
5	69897 00043 36	5	2 17141 81
6	77815 12503 84.	6	2 60568 87
7	84509 80400 14	7	3 03995 50.
8	90308 99869 92.	8	3 47421 69.
9	95424 25094 39	9	3 90847 45.
11	04139 26851 58	1000001	00000 04342 94
12	07918 12460 48.	2	08685 88
13	11394 33523 07.	3	13028 81
14	14612 80356 78	4	17371 74
15	17609 12590 56.	5	21714 67.
16	20411 99826 56.	6	26057 59
17	23044 89213 78	7	30400 51.
18	25527 25051 03	8	34743 42.
19	27875 36009 53.	9	39086 33.
101	00432 13737 83.	10000001	00000 00434 29
2	0860 01717 62.	2	0868 59.
3	1283 72247 05	3	1302 88
4	1703 33392 99.	4	1737 18.
5	2118 92990 70.	5	2171 47
6	2530 58652 65.	6	2605 77.
7	2938 37776 85	7	3040 06
8	3342 37554 87.	8	3474 35
9	3742 64979 41.	9	3908 65.(5)

N.	Log.
1001	00043 40774 79
2	086 77215 31
3	130 09330 20
4	173 37128 09
5	216 60617 57.
6	259 79807 20.
7	302 94705 54.
8	346 05321 10.
9	389 11662 37.
10001	00004 34272 77.
2	08 68502 12.
3	13 02688 05
4	17 36830 58
5	21 70929 72
6	26 04985 47
7	30 38997 85.
8	34 72966 85
9	39 06892 50.

Log.	N.
04921 80226 70	8·14 = 112
05690 48513 36	6·19 = 114
06818 58617 46	9·13 = 117
07554 69613 93.	7·17 = 119
10037 05451 18.	9·14 = 126
10720 99696 48.	8·16 = 128
12385 16409 67	7·19 = 133
13033 37684 95	9·15 = 135
13353 89083 70	8·17 = 136
15836 24920 95	9·16 = 144
18184 35879 45.	8·19 = 152
18469 14308 18.	9·17 = 153
20951 50145 43.	9·18 = 162
23299 61103 92	9·19 = 171

Log.	N.
32221 92947 34.	3· 7 = 21
34242 26808 22	2·11 = 22
38021 12417 12.	4· 6 = 24
39794 00086 72	5· 5 = 25
41497 33479 71.	2·13 = 26
43136 37641 59.	3· 9 = 27
44715 80313 42	4· 7 = 28
50514 99783 20.	4· 8 = 32
51851 39398 78.	3·11 = 33
53147 89170 42	2·17 = 34
54406 80443 50	5· 7 = 35
55630 25007 67	6· 6 = 36
57978 35966 17.	2·19 = 38
59106 46070 26	3·13 = 39
62324 92903 98.	6· 7 = 42
64345 26764 86	4·11 = 44
65321 25137 75	5· 9 = 45
68124 12373 76.	6· 8 = 48
69019 60800 29.	7· 7 = 49
70757 01760 98.	3·17 = 51
71600 33436 35.	4·13 = 52
73239 37598 23.	6· 9 = 54
74036 26894 94	5·11 = 55
74818 80270 06	7· 8 = 56
75587 48556 72	3·19 = 57
79934 05494 54.	7· 9 = 63
80617 99739 84.	8· 8 = 64
81291 33566 43.	5·13 = 65
81954 39355 42.	6·11 = 66
83250 89127 06	4·17 = 68
85733 24964 31	8· 9 = 72
87506 12633 92.	5·15 = 75
88081 35922 81.	4·19 = 76
88649 07251 72	7·11 = 77
89209 46026 90	6·13 = 78
90848 50188 79.	9· 9 = 81
92427 92860 62.	7·12 = 84
92941 89257 14	5·17 = 85
94448 26721 50	8·11 = 88
95904 13923 21	7·13 = 91
97772 36052 89.	5·19 = 95
98227 12330 40.	8·12 = 96
99122 60756 92	7·14 = 98
99563 51945 98.	9·11 = 99

II. Tafel
der gemeinen Logarithmen der Primzalen.

N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.	N.	Log.
2	30102 99956 64.	269	42975 22800 02	617	79028 51640 33	1009	00389 11662 37.
3	47712 12547 20.	271	43296 92908 74	619	79169 06490 20	1013	00560 94453 60
5	69897 00043 36	277	44247 97690 64	631	80002 93592 44	1019	00817 41840 06
7	84509 80400 14	281	44870 63199 05	641	80685 80295 19.	1021	00902 57420 87.
11	04139 26851 58	283	45178 64355 24	643	80821 09729 24	1031	01325 86652 84.
13	11394 33523 07.	293	46686 76203 54	647	81090 42806 69.	1033	01410 03215 20.
17	23044 89213 78	307	48713 83754 77	653	81491 31812 75	1039	01661 55475 57
19	27875 36009 53.	311	49276 03890 27.	659	81888 54145 94	1049	02077 54881 94.
23	36172 78360 18.	313	49554 43375 46	661	82020 14594 86.	1051	02160 27160 28
29	46239 79978 99.	317	50105 92622 18.	673	82801 50642 24.	1061	02571 53839 01
31	49136 16938 34	331	51982 79937 76.	677	83058 86686 85	1063	02653 32645 23
37	56820 17240 67.	337	52762 99008 71	683	83442 07036 82.	1069	02897 77052 09.
41	61278 38567 20.	347	54032 94747 91.	691	83947 80473 74	1087	03622 95440 86
43	63346 84555 80.	349	54282 54269 59	701	84571 80179 67.	1091	03782 47505 88
47	67209 78579 36.	353	54777 47053 88.	709	85064 62351 83	1093	03862 01619 50.
53	72427 58696 01.	359	55509 44485 78	719	85672 88903 83.	1097	04020 66275 75.
59	77085 20116 42	367	56466 60642 52	727	86153 44108 59	1103	04257 55124 40
61	78532 98350 11.	373	57170 88318 09.	733	86510 39746 41	1109	04493 15461 49
67	82607 48027 01.	379	57863 92099 68	739	86864 44383 95.	1117	04805 31731 16.
71	85125 83487 19	383	58319 87739 69.	743	87098 88137 61.	1123	05037 97562 61
73	86332 28601 20	389	58994 96013 26.	751	87563 99370 04	1129	05269 39419 25.
79	89762 70912 90	397	59879 05067 63	757	87909 58795 00	1151	06107 53236 30.
83	91907 80923 76	401	60314 43726 20	761	88138 46567 71.	1153	06182 93072 95.
89	94939 00066 45.	409	61172 33080 07	769	88592 63398 01	1163	06557 97147 28
97	98677 17342 66	419	62221 40229 66	773	88817 94939 18	1171	06855 68950 72
101	00432 13737 83.	421	62428 20958 36.	787	89597 47323 59	1181	07224 98976 14.
103	01283 72247 05	431	63447 72701 61.	797	90145 83213 96	1187	07445 07189 55.
107	02938 37776 85	433	63648 78963 53	809	90794 85216 12	1193	07664 04436 70
109	03742 64979 41.	439	64246 45202 42	811	90902 08542 11	1201	07954 30074 03.
113	05307 84434 83	443	64640 37262 23	821	91434 31571 19	1213	08386 08008 67.
127	10380 37209 56.	449	65224 63410 03	823	91539 98352 12	1217	08529 05782 30
131	11727 12956 56.	457	65991 62000 70.	827	91750 55095 53.	1223	08742 64570 36
137	13672 05671 56	461	66370 09253 90.	829	91855 45305 50	1229	08955 18828 86
139	14301 48002 54	463	66558 09910 18.	839	92376 19608 29.	1231	09025 80529 31
149	17318 62684 12	467	66931 68805 66	853	93094 90311 68.	1237	09236 96996 29
151	17897 69472 93	479	68033 55134 15.	857	93298 08219 23	1249	09656 24383 74
157	19589 96524 09	487	68752 89612 15.	859	93399 31638 31	1259	10002 57301 08.
163	21218 76044 04.	491	69108 14921 23.	863	93601 07957 15	1277	10619 08972 63
167	22271 64711 48.	499	69810 05456 23	877	94299 95933 66	1279	10687 05444 79.
173	23804 61031 29.	503	70156 79850 56.	881	94497 59084 12	1283	10822 66563 75.
179	25285 30309 80.	509	70671 77823 37.	883	94596 07035 78.	1289	11025 29173 53
181	25767 85748 69	521	71683 77233 00.	887	94792 36198 32.	1291	11092 62422 66
191	28103 33672 48.	523	71850 16888 67	907	95760 72870 60	1297	11293 99760 84
193	28555 73090 08.	541	73319 72651 07.	911	95951 83769 73.	1301	11427 72965 62.
197	29446 62261 62.	547	73798 73263 33	919	96331 55113 86	1303	11494 44157 13.
199	29885 30764 10.	557	74585 51951 74.	929	96801 57139 94.	1307	11627 55875 81.
211	32428 24552 98.	563	75050 83948 51	937	97173 95908 88.	1319	12024 47955 46
223	34830 48630 48	569	75511 22663 95	941	97358 96234 27	1321	12090 28176 15.
227	35602 58571 93	571	75663 61082 46.	947	97634 99790 03	1327	12287 09228 64
229	35983 54823 40.	577	76117 58131 56.	953	97909 29006 38	1361	13385 81252 03
233	36735 59210 26	587	76863 81012 48.	967	98542 64740 83	1367	13576 85145 68.
239	37839 79009 48	593	77305 46933 64	971	98721 92299 08	1373	13767 05372 37.
241	38201 70425 75.	599	77742 68223 89	977	98989 45637 19.	1381	14019 36785 79.
251	39967 37214 81	601	77887 44720 03.	983	99255 35178 32	1399	14581 77144 92.
257	40993 31233 31	607	78318 86910 75	991	99607 36544 85	1409	14891 09931 09
263	41995 57484 90.	613	78746 04745 18	997	99869 51583 12.	1423	15320 49000 84