Zeitschrift f. Vermessungswesen 1892

Bei der An[...]chraubt, die Hülse *b* hierauf [...] welche der Steigung des zu vermessenden Objectes entspricht, worauf die Hülse *c* zurückgeschraubt wird bis sie die Hülse *b* als Contremutter festklemmt.

Dieses Verfahren findet bei neu construirten Stangen statt, bei durch den Gebrauch eingegangenen Messstangen muss aber zugleich der constante Fehler derselben weggeschafft werden. Dies geschieht dadurch (s. Fig. 2), dass zwischen der Hülse *b* und *c* so viele Millimeterringchen eingelegt werden, als der Stange Millimeter fehlen. Diese Ringchen verschieben sich stets mit den Hülsen, daher, wenn auf beliebige Procentsteigung eingestellt, auch der Stangenfehler stets entfernt ist.

Bei der Anwendung wird die Hülse *b* auf den Nullstrich eingestellt, alsdann wird die Stangenlänge mit dem Normalmaass verglichen; zeigt sich ein Fehler, wie z. B. in Fig. 2 ein solcher von 3 Millimeter eingezeichnet ist, so wird die Hülse *b* zurückgeschraubt und so viel Millimeterringchen bei *e* zwischen *b* und *c* eingelegt als der Stange Millimeter fehlen, aldann ist, wenn Hülse *b* wieder auf den Nullprocentstrich eingestellt und die Hülse *c* gegen *b* zurück- und festgeschraubt ist, das Normalmaass vorhanden, worauf dann die Einstellung auf der Procentscala je nach Bedürfniss wieder gemacht und die gegenseitigen Festbremsungen wie schon oben beschrieben vor sich gehen.

Aus obiger Ausführung ist ersichtlich, dass diese patentirten Messstangen, sowohl was die Genauigkeit als auch das Praktische in ihrer Anwendung anbelangend bieten, ein bedeutender Sprung vorwärts sind und zu exacten Vermessungen, wie sie heutzutage vorgeschrieben sind, unentbehrlich werden.

Biberach (Oberschwaben), den 17. Juni 1891.

L. Fetzer, Stadtgeometer.

Scherer's Rechentafel mit graphischer Darstellung der Zahlenwerthe.

In Anschluss an unsere Mittheilung über die Rechenapparate von Billeter, Seite 346 ff. vorigen Jahrgangs, sandte uns Herr Steuerrath Scherer in Cassel eine von ihm construirte und durch Lithographie vervielfältigte Rechentafel, welche von demselben bereits im Anfang der siebenziger Jahre entworfen und seitdem von ihm und einer grösseren Zahl unter seiner Leitung beschäftigten Landmesser mit bestem Erfolge benutzt worden ist.

Die uns übersandte Tafel, welche vorzugsweise für die Benutzung auf dem Felde bestimmt, jedoch auch in der Stube recht gut zu gebrauchen ist, besteht aus einer Quadrattafel und der eigentlichen logarithmographischen Rechentafel. Die erstere hat eine Grösse von 33 zu 44 cm, ist auf Pappe geklebt und zum Zusammenklappen auf Actenformat (33 zu 22 cm) eingerichtet. An 20 senkrechten Linien sind die Wurzelzahlen von 0,00 bis 100,00 und ihnen gegenüber die dazugehörigen Quadratzahlen maassstäblich aufgetragen, so dass man ohne zu blättern oder zu rechnen jede Zahl sofort in das Quadrat erheben oder aus jeder die Quadratwurzel ausziehen kann. Ein Lacküberzug schützt die Tafel vor den Einflüssen der Witterung; zusammengelegt dient dieselbe als Mappe für die eigentliche Rechentafel, welche nach dem Princip des Rechenschiebers ganz ähnlich wie die Tafel von Billeter eingerichtet ist.

Das Format der Tafel ist 33 zu 21 cm, die logarithmische Theilung ist auf 20 von oben nach unten laufenden Linien angetragen, wobei die ganze Länge der Theilung, die von 10 bis 100 1,50 Meter beträgt, in 10 gleiche Stücke zerlegt ist, welche auf die parallelen Linien von unten nach oben aufgetragen sind. Um in alllen Lagen des Schiebers ablesen zu können, ist in der Verlängerung jedes Theilungsstücks das nächstfolgende nochmals angetragen, so dass die ganze Theilung von 10 bis 100 im Ganzen viermal vorhanden ist.

Die Theilung der Tafel ist sehr sauber und präcise ausgeführt, die Theilstriche sind fein und scharf; jedoch auch bei gewöhnlicher Beleuchtung in der Stube ohne Anstrengung deutlich zu erkennen.

Der Schieber hat 18 zu 12 cm Grösse und besteht aus einem dünnen und elastisch-biegsamen, schwach bräunlichgefärbten aber schön durchsichtigen Glimmerblatt, auf dessen Unterseite die auf schwach grüngefärbtes Papier gedruckte Theilung aufgeklebt ist. Die einzelnen Streifen haben 5 mm Breite, lassen je 5 mm Zwischenraum zwischen sich und verlaufen selbstverständlich von oben nach unten. Legt man den Schieber auf die Tafel, so erscheint die Tafeltheilung in den Zwischenräumen der Schiebertheilung.

Um auch die Zahlenwerthe der Mantissen ablesen zu können, was z. B. für das Ausziehen von Wurzeln nöthig ist, sind links von der ersten und links von der letzten Theilung Maassstäbe angebracht, auf welchen man die 2. bis 4. Stelle der Mantisse ablesen kann, während die erste Stelle immer unter der betreffenden Reihe der Theilung angeschrieben ist.

Wir haben mit dieser Tafel einige Zeit gearbeitet — jedoch nur in der Stube — und dieselbe mit der von Billeter M $1^4/_4$, die wir gewöhnlich benutzen, verglichen und gefunden, dass sich mit ersterer recht bequem arbeiten lässt. Der Schieber der Scherer'schen Tafel lässt sich, da das Glimmerblatt dünn und leicht ist, bequem mit einer Hand in alle gewünschten Stellungen bringen, so dass die rechte Hand zum Schreiben frei bleibt. Die Ablesung geschieht leicht und sicher. Nachdem wir im Gebrauch derselben entsprechende Uebung erlangt hatten, haben wir zur Feststellung der Genauigkeit dieselben Zahlenbeispiele berechnet, welche in dem citirten Artikel über Billeter's Rechenapparate angeführt sind und dabei erhalten: bei der Berechnung der Beispiele

1. Band XVI. S. 57 einen mittleren Fehler von 0,025 %
2. Band „ S. 303 „ „ „ „ 0,016 %
3. d. vorig. Jahrg. S. 350 einen mittleren Fehler von 0,010 %
4. desgl. mit einer anderen Tafel gerechnet........ 0,013 %

im Durchschnitt etwa...... 0,015 %

oder 1 : 6666

also beinahe dasselbe Resultat wie mit der grösseren Tafel von Billeter M $4^4/_4$.

Wenn man die saubere Theilung der Tafel von Scherer mit der der kleineren von Billeter vergleicht, die etwa dasselbe Format hat, aber ziemlich nachlässig ausgeführt ist, so wird man von vornherein der Meinung sein, dass mit ersterer auch eine wesentlich grössere Genauigkeit erreichbar wäre als mit der letzeren.

Die ausgeführten Versuche haben diese Vermuthung vollständig bestätigt. Geringe Ungleichmässigkeiten der Theilung, wie solche durch Verziehen des Papiers beim Aufkleben entstehen können, scheinen übrigens keinen erheblichen Einfluss auf die Genauigkeit des Resultats auszuüben, wie wir durch Rechnung mit verschiedenen nicht ganz fehlerlosen Schiebern, die uns Herr Steuerrath Scherer speciell für diesen Zweck überlassen hat, feststellen konnten. Es beträgt auch hier im dritten Rechnungsbeispiel, dessen Zahlen so gewählt sind, dass möglichst alle Stücke der Theilung zur Verwendung kommen, der mittlere Fehler nur ca. 0,030 %, und es spricht diese Erfahrung nicht nur für die Brauchbarkeit des untersuchten Exemplars, sondern noch mehr für die Brauchbarkeit des Apparats im Allgemeinen.

Wir empfehlen denselben unseren Collegen zur Benutzung um so lieber, als der Preis desselben einschliesslich der Wurzel- und Quadrattafel, von dem Herrn Scherer direct bezogen, nur acht Mark beträgt, während Billeter's Tafeln nicht weniger als 35 und 60 Mark kosten!

Luedecke, Grossh. Kulturingenieur in Mainz.

Messstabhalter. *)

Patentirt im Deutschen Reiche (Nr. 58785) vom 16. Januar 1891 ab.
Patentinhaber Geometer Häussermann in Strassburg.

Der Mangel an einer geeigneten Vorrichtung, mittelst welcher ein Messstab auf die Mitte eines Grenzsteines, auf Strassen, überhaupt da,

*) Eine ähnliche, allerdings etwas urwüchsigere (auch nicht patentirte) Vorrichtung ist bei den bayerischen Städtemessungen (unter dem Namen „Spinne“) seit Jahren im Gebrauch. Die Red. *Sts.*

ZEITSCHRIFT FÜR VERMESSUNGSWESEN.

Organ des Deutschen Geometervereins.

Herausgegeben von

Dr. W. Jordan, und O. Steppes,
Professor in Hannover, Steuer-Rath in München.

1892. Heft 23. Band XXI.

1. Dezember.

Neue mechanische Rechenhülfsmittel.

Von P. Wilski, Assistent a. d. landw. Hochschule zu Berlin.

Die neuen mechanischen Rechenhülfsmittel, welche im Folgenden besprochen werden sollen, sind die Scherer'sche logarithmische Rechentafel, die Kloth'sche Quadratglastafel und die Kloth'sche Hyperbeltafel. Wenn dieselben hier neu genannt werden, so könnte diese Bezeichnung Befremden erregen. Denn die Tafel des Steuerraths Scherer ist bereits vor einem Jahre in der Berliner Fachausstellung gelegentlich der XVII. Hauptversammlung des Deutschen Geometervereins einer grösseren Zahl von Fachgenossen bekannt geworden und in Jahrgang 1892 Seite 153 dieser Zeitschrift beschrieben worden. Ueber die Instrumente des Katasterkontroleurs Kloth findet sich ferner ein Bericht in Jahrgang 1884 dieser Zeitschr. S. 398 und S. 529. Seit jener Zeit sind indessen die genannten Recheninstrumente von ihren Erfindern in Anbetracht ihrer Genauigkeit so wesentlich vervollkommnet worden, dass man sie in ihrer nunmehr vorliegenden Gestalt wohl mit Recht als etwas Neues bezeichnen darf.

A. Die Scherer'sche Tafel älterer Auflage besass eine auf Pappe ausgeführte Theilung. Der wesentliche Vorzug der neuen Auflage besteht nun darin, dass die Pappe durch dünnes, lackirtes, mit Pappe hinterkleidetes Eisenblech ersetzt worden ist, und demnach Verzerrungen unter dem Einfluss von Wärme und Feuchtigkeit jetzt so gut wie ausgeschlossen erscheinen.

Ein Exemplar der neuen Auflage wurde in der geodätischen Abtheilung der landwirthschaftlichen Hochschule zu Berlin in der Weise untersucht, dass 50 Längen auf der Tafel mit dem Comparator nachgemessen wurden. Es ergab sich dabei ein mittlerer Theilungsfehler von

0,05 mm.

Bei Scherer's Tafel entspricht nun dem Wachsthum des Logarithmus um die Zahl Eins eine Strecke von 1500 mm. Der eine beliebige Zahl

x markirende Theilstrich hat demnach von dem Nullpunkt der Theilung den Abstand:

$$1500 \text{ mm} \times \log x$$

Da nun dieser Abstand im Mittel um die Grösse 0,05 mm unrichtig ist, so hat man:

$$d\left\{1500 \text{ mm} \times \log x\right\} = 0{,}05 \text{ mm}$$

$$1500 \frac{dx}{x} = 0{,}05 \quad \text{also} \quad dx = \frac{0{,}05}{1500} x = \frac{1}{30\,000} x.$$

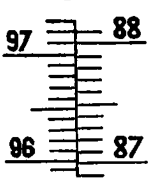
D. h. die den Theilstrichen beigeschriebenen Numeri sind infolge der Theilungsfehler im Mittel um $\frac{1}{30\,000}$ ihres Werthes falsch.

Beim Anlegen des Schiebers an die Grundplatte wird man nun an dem Indexstrich stets die Zehntel des Intervalls noch richtig zu schätzen im Stande sein. Der grösste Schätzungsfehler beträgt dann $\frac{1}{20}$ des Intervalls. Alle Schätzungsfehler von 0 bis $\frac{1}{20}$ des Intervalls sind gleich wahrscheinlich, der mittlere Schätzungsfehler beträgt daher:

$$\frac{1}{10\sqrt{12}} = 0{,}03 \text{ des Intervalls.}$$

Der gleiche mittlere Schätzungsfehler gilt für die Ablesung des Products. Denn obgleich hier zuweilen eine nicht markirte Zahl der Grundplatte neben einer nicht markirten Zahl des Schiebers durch Schätzung zu gewinnen ist, so wird dieser Fall doch leicht zurückgeführt auf das Ablesen einer nichtmarkirten gegenüber einer markirten Zahl. Ist beispielsweise in der nebenstehenden Figur 1 gegenüber der Zahl 9662 des Schiebers das Product auf der Grundplatte abzulesen, so wird man zunächst sich die Frage vorlegen: an welcher Stelle des Intervalls 966—967 steht der Strich 876? Man übersieht mühelos, dass diese Stelle 9666 ist. Daraus folgt, dass die Zahl 9662 sich um 4 Zehntel des Intervalles 966—967 unterhalb des Striches 876 befindet. Bei der annähernden Gleichheit der Intervalle liegt mithin die Zahl 9662 auch um 4 Zehntel des Intervalls 875—876 unterhalb des Striches 876, d. h. das gesuchte Product ist 8756.

Fig. 1.



Würde nun Herr Scherer allen Intervallen der Tafel eine annähernd gleiche Grösse ertheilt haben, so würde die durch die Ablesungsfehler entstehende procentuale Ungenauigkeit an allen Stellen der Tafel die gleiche sein. Herr Scherer bringt indess dies bei den Rechenschiebern bewährte Princip nicht zur Anwendung, seine Tafeln haben vielmehr Intervalle von 2 mm bis zu 0,7 mm.

---

*) In einem der nächsten Hefte d. Zeitschr. wird eine zinkographische Darstellung von Scherers Rechentafel in $^1/_2$ natürlicher Grösse nebst einigen weiteren Mittheilungen hierzu gebracht werden. D. Red.

Einem Schätzungsfehler von 3 Hundertsteln des Intervalls entspricht nun bei Intervallen von 2 mm Grösse eine Ungenauigkeit der abgelesenen Zahl um

$$\frac{0{,}03 \cdot 2}{1500} = \frac{1}{25000} = 0{,}004\ \%,$$

während bei der Intervallgrösse 0,7 mm derselbe Fehler

$$\frac{0{,}03 \cdot 0{,}7}{1580} = \frac{1}{71000} = 0{,}0014\ \%$$

des abgelesenen Werthes ausmacht.

Der Gesammtfehler eines mit der Scherer'schen Tafel ermittelten Productes setzt sich nun zusammen aus dem Ablesefehler am Index, dem Ablesefehler im Resultat und aus den 3 Theilungsfehlern an beiden Stellen — einer auf dem Schieber, zwei auf der Grundplatte.

Wenn die zur Bildung eines Productes benutzten beiden Stellen der Grundplatte 2-mm-Intervalle besitzen, so beträgt demnach der Gesammtfehler im Mittel

$$\pm \sqrt{3 \cdot 0{,}05^2 + 2 \cdot 0{,}06^2} = \pm\ 0{,}12 \text{ mm},$$

$$\text{d. i. } \frac{0{,}12}{1500} = 0{,}00008 = 0{,}008\ \%$$

des Productes. Ist die Intervallgrösse an beiden Stellen der Tafel 0,7 mm, so beträgt der Gesammtfehler im Mittel

$$\pm \sqrt{3 \cdot 0{,}05^2 + 2 \cdot 0{,}021^2} = + \ 0{,}092 \text{ mm},$$

$$\text{d. i. } \frac{0{,}092}{1500} = 0{,}00006 = 0{,}006\ \%$$

des Productes. Im Mittel können wir daher die Unsicherheit eines mit der Scherer'schen Tafel aus 2 Factoren gebildeten Productes zu

$$0{,}007\ \%$$

annehmen. Nun wird für die Häufigkeit des Gesammtfehlers ein Fehlergesetz gelten, das von dem Gauss'schen Fehlergesetz nicht wesentlich abweicht. Denn der Gesammtfehler setzt sich aus einer grösseren Anzahl von Einzelfehlern zusammen, von denen drei sogar jeder für sich möglicherweise dem Gauss'schen Fehlergesetz folgen. Mithin wird der grösste unter 1000 Exempeln zu befürchtende Fehler etwa das 3,29 fache des mittleren Fehlers, d. i. 0,023 % betragen.

Der Fehler eines mit der Scherer'schen Tafel aus 2 Factoren gebildeten Productes wird daher nur in ganz seltenen Fällen 2 Einheiten der vierten Stelle übersteigen.

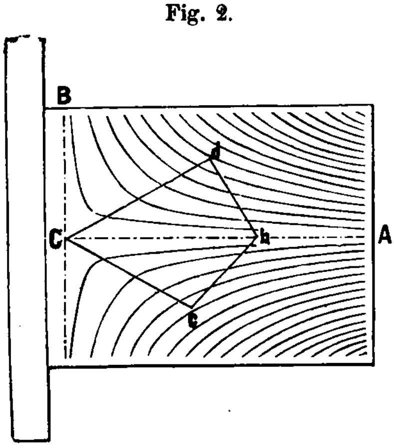
Dieses Ergebniss stimmt gut überein mit einer Untersuchung, welche im französischen Ministerium der öffentlichen Arbeiten von Lallemand angestellt worden ist. Nach Lallemand beträgt für die Scherer'sche Tafel der erreur maximum à craindre eines Productes aus zwei Factoren $\frac{1}{2900} = 0{,}034\ \%$. Ein etwas grösserer Werth ergab sich für die Scherer'sche Tafel älterer Auflage aus der S. 153 dieses Jahrgangs mitgetheilten

Untersuchung des Herrn Lüdecke. Herr Lüdecke fand den mittleren Fehler eines Productes aus 2 Factoren zu 0,015 %, woraus der grösste unter 1000 Exempeln zu befürchtende Fehler sich zu 0,048 % ergiebt. Lallemand hat auch den grössten zu befürchtenden Fehler berechnet für das Product aus einer natürlichen Zahl und einem Sinus. Er findet hierfür $\frac{1}{3300} = 0{,}030\,\%$. Diese Zahl ist indess für uns insofern ohne Interesse, als wir in Deutschland noch mit der alten Gradtheilung rechnen, und der Scherer'sche Sinusschieber neues Gradmaass angiebt. Für die Berechnung von Producten aus einer natürlichen Zahl und dem Sinus oder Cosinus eines Winkels in altem Gradmaass ist der Scherer'schen Tafel eine numerische Hülfstabelle beigegeben, welche die natürlichen Werthe der Sinus und Cosinus fünfstellig von Minute zu Minute enthält, sodass die Scherer'sche Tafel auch für Polygonzugberechnungen geeignet erscheint.

Vor den Rechenschiebern verdient daher die Tafel, wenn es sich um Productbildungen aus 2 Factoren handelt, unbedingt den Vorzug, da erst ein Rechenschieber von 3 m Länge ihr an Genauigkeit gleichkommen würde. Wo es sich hingegen um Producte von mehr als 2 Factoren handelt, dürfte doch der Rechenschieber ein angenehmeres Rechenhülfsmittel bilden, insofern der Läufer desselben es gestattet, nicht markirten Zahlen in jedem Augenblicke eine Marke zu ertheilen.

B. Kloth's Tafeln. Die zur mechanischen Flächenermittelung dienende Kloth'sche Hyperbeltafel besteht in ihrer jetzigen Gestalt aus einer durchsichtigen Platte, deren Unterseite auf dem Wege der verkleinernden Photographie mit 2 symmetrisch liegenden halben Scharen gleichseitiger Hyperbeln überzogen ist. Die Hyperbelcurven besitzen alle dieselben Asymptoten, in der nebenstehenden Figur CA und CB. Die zu ermittelnde Fläche zerlegt man, wie bei einer Zirkel- und Maassstabberechnung, in Dreiecke und Vierecke. Ein Viereck, etwa $abcd$ — nach der Bezeichnungsweise des Herrn Kloth — wird sodann in folgender Weise berechnet. Man legt die Tafel so auf die Karte, dass der Asymptotenschnittpunkt C auf einen Eckpunkt, etwa a, fällt, und die Achse der Tafel CA durch den gegenüberliegenden Eckpunkt b geht. Hierauf wird die Tafel an einem Lineal verschoben, bis CA durch den Punkt c geht. Sodann liest man an dem Punkt b zwischen den Curven den Flächeninhalt des Dreiecks abc ab. Hierauf verschiebt man die Tafel

Fig. 2.



an dem Lineal so weit, dass die Linie CA durch den Punkt d geht. In dieser Lage wird bei b zwischen den Curven der Inhalt des Dreiecks abd abgelesen.

Ausser den Hyperbeltafeln stellt Herr Kloth auf photographischem Wege auch die Theilungen der mit Quadratnetz überzogenen Glasplatten her, welche unter den Namen „Glastafeln“ oder „Glasplatten“ als Flächenberechnungsinstrumente eingebürgert sind. Die photographische Herstellung liefert eine so hohe Genauigkeit, dass beide Kloth'schen Tafeln für die feinsten heutzutage üblichen mechanischen Flächenermittelungen empfohlen werden können. Als Material zu seinen Instrumenten benutzt der Erfinder Glas, Celluloid und Marienglas. Vielleicht dürfte Glas aus dem Grunde den Vorzug verdienen, weil es sich unter der Handwärme nicht wirft.

Eine in der geodätischen Abtheilung der landwirthschaftlichen Hochschule zu Berlin untersuchte Marienglasplatte mit Quadratnetz ergab einen mittleren Theilungsfehler von

$$0{,}023 \text{ mm.}$$

Etwa denselben Theilungsfehler, nämlich 0,025 mm zeigte eine der gewöhnlichen, mittelst Aetzung hergestellten Bamberg'schen Glasplatten. Die Billigkeit des photographischen Verfahrens dürfte daher das Entscheidende sein.

Auch eine Hyperbeltafel des Herrn Kloth wurde auf ihre Genauigkeit hin untersucht. Dabei wurde der Umstand benutzt, dass gerade Linien, welche einer Asymptote parallel sind, durch die Curven in gleiche Theile zerlegt werden müssen. Diese Untersuchung ergab an denjenigen Stellen der Tafel, wo die Intervalle sehr schmal sind, für die fehlerhafte Verschiebung der Curven in der Richtung des Krümmungsradius den Mittelwerth

$$\frac{1}{40} \text{ mm,}$$

d. i. etwa $\frac{1}{50}$ der dortigen Intervallbreite. An den Stellen, wo die Intervalle ihre grösste Breite besitzen, ergab sich

$$\frac{1}{18} \text{ mm,}$$

d. i. ebenfalls etwa $\frac{1}{50}$ des betreffenden Intervalls. Ein Wachsen der Ablesung um ein Intervall drückt nun ein Wachsen der Fläche um 1 qcm aus. Mithin entsteht durch die Ungenauigkeit der Curvenzeichnung ein Fehler in der Flächenermittelung, welcher innerhalb der schmalen wie der breiten Intervalle den Mittelwerth

$$2 \text{ qmm}$$

besitzt. Die Theilungsfehler dürften daher gegenüber den unvermeidlichen Fehlern der Handhabung als verschwindend zu betrachten sein.

Da nun die Handhabung der Kloth'schen Hyperbeltafel dieselbe ist, wie die einer Glasplatte — Verschiebung längs einer geradlinigen Schiene —, so dürfte die Hyperbeltafel an Genauigkeit der von ihr gelieferten Flächeninhaltsermittelungen mit der Glasplatte auf eine Stufe zu stellen sein. Den Flächeninhaltsermittelungen mit Zirkel und Maassstab erscheint die Hyperbeltafel in jeder Hinsicht überlegen. Aber auch der Glasplatte gegenüber hat die Hyperbeltafel einen wesentlichen Vorzug, das ist die grosse Zeitersparniss, welche durch die unmittelbare Ablesung der Flächeninhalte mit Uebergehung des Zwischenstadiums der Factoren erzielt wird. Einen Vorwurf darf man indessen der Kloth'schen Hyperbeltafel nicht ersparen. Obgleich die volllinirten Curven mit grosser Feinheit gezeichnet sind, so sind die punktirten und strichpunktirten Hülfscurven doch so wenig genau ausgeführt, dass das blosse Auge Fehler in ihnen erkennt. In ihrem jetzigen Zustande bilden sie daher eher ein Hemmniss als eine Hülfe für die Interpolation. Doch wird der Erfinder hoffentlich hier noch die bessernde Hand anlegen.

Optische Fehler-Theorie des Bauernfeind'schen dreiseitigen Winkel-Prismas und deren Anwendung.*)

Bezeichnet man die Winkel eines dreiseitigen Prismas und die der ein- und ausfallenden, gebrochenen und zurückgeworfenen Strahlen, wie solche in Fig. 1 eingeschrieben sind, und setzt das Brechungsverhältniss $= n$, so folgt nach dem Brechungsgesetze:

$$n \sin \beta = \sin \varepsilon \tag{1}$$

und

$$n \sin \beta_1 = \sin \varepsilon_1 \tag{2}$$

Ferner ergiebt sich aus der Vergleichung der Winkel in den Dreiecken CDE, EFG und BFG und des Nebenwinkels bei F:

$$\beta_1 - \beta = \alpha + 3\,\alpha_1 - 180^0. \tag{3}$$

Sodann folgt aus den Winkeln der Dreiecke CDJ und GHJ der zurückgestrahlte Winkel:

$$\omega = 180^0 - (\alpha + \alpha_1) + (\varepsilon_1 - \varepsilon). \tag{4}$$

*) Man vergleiche hierzu eine frühere Entwicklung in der Ztschr. f. V. 1886, S. 138—140 und S. 176, welche in der Sache dasselbe enthält wie diese neue Abhandlung von Wagner. Man kann jedoch auch in der Form die beiden Entwicklungen in einander überführen. Man hat nämlich nach (8) S. 139, Z. f. V. 1886, eine Function $\sqrt{1+(\mu^2-1)\sec^2\alpha}$, welche mit Rücksicht auf die dazu gehörige Figur, S. 138, mit $\sin\alpha = \mu \sin\beta$ auch geschrieben werden kann $\sqrt{1+\frac{\mu^2}{\cos^2\alpha}-\frac{1}{\cos^2\alpha}} = \sqrt{\frac{\mu^2-\mu^2\sin^2\beta}{\cos^2\alpha}} = \mu\,\frac{\sin\beta}{\cos\alpha}$ und dieses ist mit Rücksicht auf die veränderte Bedeutung der Zeichen übereinstimmend mit der Function m in (9a) dieser Entwicklung von Wagner. J..

Als nun Herr Landmesser Schnabel in der vorstehenden Abhandlung über Abstecken von Korbbögen die Prismentrommel wieder erwähnte und die Firma Sprenger in Berlin (S. W. Alte Jakobsstrasse 6) als Bezugsquelle angab, wandte ich mich dorthin, und erfuhr, dass solche Trommeln mit Kreisablesung von 4′ geliefert würden. Auf die Bitte um eine Prismentrommel nach dem Steinheil'schen Princip mit Kreistheilung von 1′ Genauigkeit erhielten wir das in nebenstehender Zeichnung dargestellte Instrument, welches auf der Theilung von 66 mm Durchmesser $1^0 = 0{,}58$ mm, oder wegen der Doppelbezifferung sogar nur $= 0{,}29$ mm hat. Der Nonius giebt zwar 1′ allein die wirkliche Genauigkeit ist doch (mit Lupe) nur etwa 2—3′.

Da der Zielfehler mit freiem Auge wohl selbst nur auf 2′—1′ in solchen Fällen zu schätzen ist, möchten wir wohl auch die Kreisablesung auf 1′ genau haben, und da der Steinheil'sche Originalkreis mit 15 cm Durchmesser noch 10″ — 20″ abzulesen gestattet, so muss es auch möglich sein, durch Vergrösserung des Durchmessers auch die Zwischenstufe 1′ herzustellen.

Indessen ist das eine Nebenfrage, welche nur von dem Bedürfniss abhängt, zumal es auch Fälle giebt, in welchen man das Instrument auch ohne Theilung braucht (vergl. die oben erwähnte Schrift von Decher).

Zum Schlusse ist noch über die Benennung der Prismentrommel zu sagen, dass wenn man ihr den Namen eines Erfinders beilegen will man sie ohne Frage Steinheil'sche Prismentrommel heissen muss, denn was die heutige Form von Steinheil's erster Form unterscheidet, nämlich Weglassen des Fernrohrs, Aufsetzen einer Dosenlibelle, Handhabung auf einem Stocke statt in freier Hand u. s. w. ist alles unwesentlich im Vergleich mit dem optischen Messungsprincip selbst, dessen Urheber Steinheil in München etwa ums Jahr 1830 war.

J.

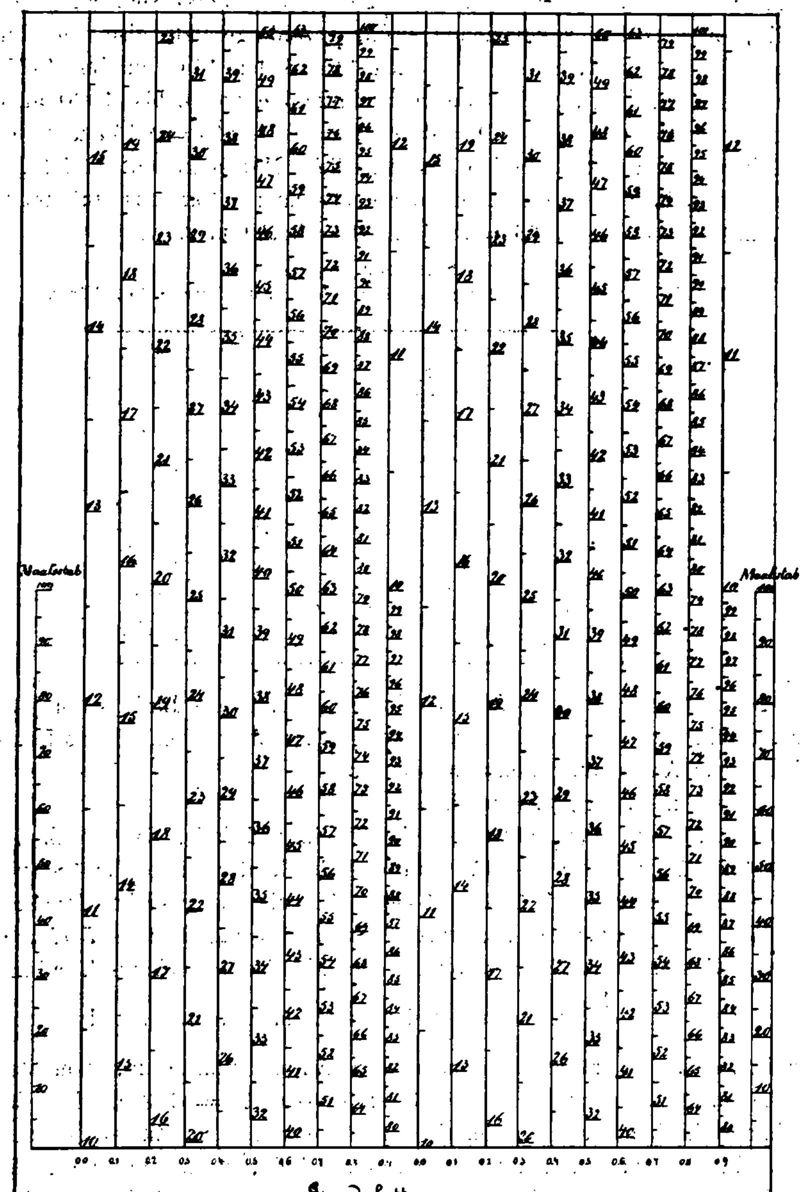
Scherer's logarithmisch-graphische Rechentafel.

Obgleich unsere Rechentafel bereits in dieser Zeitschrift 1892, S. 153 und S. 626, beschrieben wurde und damit das 1870 erfundene und seitdem in Benutzung gewesene Hülfsmittel für landmesserische Rechnungen einer eingehenden Besprechung unterzogen worden ist, glauben wir doch auf den Gegenstand nochmals zurückkommen zu müssen, weil jetzt an der Tafel wesentliche Verbesserungen vorgenommen sind, die geeignet erscheinen, sowohl die Genauigkeit der Rechnungsergebnisse durch die erreichte Unveränderlichkeit der Zeichnungen erheblich zu steigern, als auch die Haltbarkeit der Tafeltheile, selbst bei einem langen Gebrauche derselben in der Stube und im Felde, zu sichern.

Auch erscheint es bei dem Interesse, welches dem Gegenstande von vielen Seiten entgegengebracht wird, wünschenswerth, die Einrichtung

Scherer's Rechen-Tafel

in halber natürlicher Grösse nur mit den Haupt-Theilstrichen.

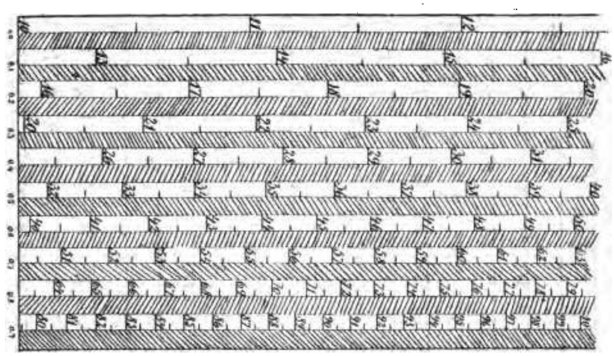


der Tafel und deren Gebrauch an der Hand von Zeichnungen die auf S. 55 und 56 in halber natürlicher Grösse gegeben sind, zu erläutern, hierdurch wird der Leser eine bessere Vorstellung von dem genannten Hülfsmittel erhalten, als durch eine Beschreibung ohne erläuternde Zeichnung gewonnen werden kann.

Theilt man eine gerade Linie von beliebiger Länge, z. B. von 1,5 m = 1 500 mm in 10000 gleiche Theile und denkt sich an jeden Theilstrich die ihm zukommende Ordnungszahl gesetzt, also an den Anfang 0, an den 1. Strich 1, an den 144. Strich 144, an den 4467. Strich 4467 u. s. w., wobei die Ordnungszahlen von 0 bis 1000 auch so geschrieben werden können 0 = 0000, 1 = 0001, 144 = 0144 u. s. w., dann kann man diese Zahlen als 4stellige Mantissen mit beliebiger Kennziffer z. B. 1 ansehen, denen je ein bestimmter Numerus zukommt, z. B. 1.0414 = 11, 1.2553 = 18, 1.4501 = 28,19 u. s. w.

Schieber

zu Scherer's Rechentafel in halber natürlicher Grösse zu der Tafel S. 55 gehörig.



Die mit Strichen und Zahlen (Numeris) versehene Linie kann jetzt zur Ausführung von Berechnungen ebenso benutzt werden, als ob Logarithmen zur Anwendung kommen würden.

Es sei z. B. 11 × 18 zu finden.

Hierzu setzt man, etwa mit Hülfe eines Zirkels, das Stück der Linie für 11 (von 0000—0414) an das Stück der Linie für 18 (von 0000—2553) und findet 198 (0414 + 2553) als das gesuchte Product.

Wie leicht einzusehen ist, wurden durch das angedeutete Verfahren die den Zahlen 11 und 18 zukommenden Mantissen mechanisch addirt. Soll der Quotient $\frac{18}{11}$ gefunden werden, setzt man umgekehrt das Stück der Linie für 11 rückwärts, nach dem Anfangspunkte zu, von dem Stücke für 18 ab und erhält 1,636 (.2553 — .0414 = .2139). Das bezeichnete Aneinandersetzen der Linienstücke mit dem Zirkel ist sehr umständlich, wird dagegen wesentlich vereinfacht, wenn man eine zweite gerade Linie von doppelter Länge zu Hülfe nimmt, auf der die Eintheilung der 1. Linie zweimal aneinander gesetzt erscheint. Es lassen sich dann, durch Anlegen und Verschieben der ersten an der zweiten Linie, Verlängerungen bezw. Verkürzungen der Linienstücke d. h. Additionen bezw. Subtractionen der Mantissen bequem vornehmen.

Allein die Herstellung einer Vorrichtung mit 2 derartigen Linien würde, — da sie einem Rechenschieber von 12,5 maliger Vergrösserung des jetzt im Gebrauche befindlichen gleichkäme —, bei der Ausführung durch den Mechaniker grossen Schwierigkeiten begegnen, hierdurch sehr kostspielig, und doch bei der Länge von über 3 Meter zu einer praktischen Verwendung kaum geeignet werden. Bringt man dagegen die 2 Linien in eine Form, wie durch die beiden Figuren veranschaulicht wird, so bieten sie ein gutes und sehr bequemes Hülfsmittel bei allen vorkommenden Berechnungen.

Um hierzu zu gelangen, denke man sich die Theilungsstriche und das Zahlenwerk der 1500 mm langen Linie auf einem geraden, etwa 5 mm breiten Papierstreifen aufgetragen. Zerschneidet man diesen Streifen in 10 gleiche Stücke und befestigt diese der Reihe nach, senkrecht auf einer horizontalen Linie so in einen Rahmen, dass zwischen je 2 Stücken noch ein etwa 5 mm breiter Raum verbleibt, so erhält man eine Vorrichtung „Schieber", welche der in der kleineren Zeichnung, nach Ausschneiden der schraffirten Streifen entspricht. Die der horizontalen Linie vorgesetzten Ziffern 0.0, 0.1, 0.2 u. s. w. sind die 1-Zahlen der 4stelligen Mantissen der vorstehenden Theilungsreihe.

„Die Grundplatte" (grössere Zeichnung) kann als aus 4 Schieberzeichnungen zusammengesetzt angesehen werden, mit der Abänderung, dass die Querstriche von rechts nach links, also in umgekehrter Richtung, wie beim Schieber, an die senkrechten Linien gezogen sind. Durch diese Anordnung ist erreicht, dass man in allen Lagen des Schiebers ablesen kann, da beim Auflegen desselben auf die Grundplatte, deren Theilstriche und das Zahlenwerk in den Zwischenräumen des Schiebers erscheinen.

Beim Gebrauche der Rechentafel bringe man den Schieber stets mit der ihm gleichen Abtheilung der linken, unteren Abtheilung der Grundplatte in Verbindung, da nur bei dieser Lage die Schiebertheilung niemals über die Theilung der Grundplatte hinausragen kann.

Wie vorstehend bemerkt ist, sind den einzelnen Theilstrichen nicht die zugehörigen Ordnungszahlen oder die 4 stelligen Mantissen beigeschrieben, sondern — soweit dieses zum Ablesen zweckmässig erschien — die zu den letzteren gehörigen Numeri (Zahlen). Um also umgekehrt aus der Zeichnung die Ordnungszahl oder die 4 stellige Mantisse für irgend eine Theilstrecke der Linie d. h. für irgend eine Zahl angeben zu können, was für Ausrechnungen z. B. von Potenzen mit Bruchexponenten nöthig ist, sind auf der Grundplatte, links von der ersten und rechts von der letzten Theilung, Maassstäbe angebracht, auf welchen man die 2. bis 4. Stelle der Mantissen ablesen kann, während die Zahl für die 1. Stelle immer unter der betreffenden Theilungsreihe angeschrieben steht. Die in den beiden Figuren dargestellten Tafeltheile „Schieber und Grundplatte," die etwa den 10. Theil der auf dem Original dargestellten Querstriche nachweisen, sind in folgender Weise zur Ausführung gebracht worden.

1. Der Schieber, 18 zu 12 cm, besteht aus einem dünnen, elastisch biegsamen, schön durchsichtigen Glimmerblatt, auf dessen Unterseite die Theilung aufgedruckt ist. Durch einen aufgelegten, schwach grünen oder braunen Lackstreifen, treten nicht allein die Theilstriche und das Zahlenwerk deutlich hervor, sondern es kann auch der mit lackirtem Papier eingefasste Schieber, ohne Gefahr des Verderbens, bei jeder Witterung benutzt und selbst nach Bedarf abgewaschen werden.
2. Die Grundplatte hat das Format 33 zu 21 cm, ist entweder aus weiss lackirtem Stahlblech oder aus Aluminium hergestellt. Die Theilungsstriche und die Zahlen werden unmittelbar aufgedruckt und durch einen Lacküberzug gegen die Witterungseinflüsse geschützt. Die Grundplatte, welche ebenfalls nach Bedarf (mit kaltem Seifenwasser) gereinigt, auch von Zeit zu Zeit mit Landkartenlack überzogen werden kann, wird durch Umbiegen mit einer 2 mm starken Pappe verbunden, auf deren Rückseite ein Täschchen zur Aufbewahrung des Schiebers angebracht ist.

   Theilungsstriche sind vorhanden für die Zahlen 10,00 10,02 u. s. w. bis 15,90 mit 0,02; für 15,85, 15,90 u. s. w. bis 31,80 mit 0,05; und für 31,70, 31,80 u. s. w. bis 100,00 mit 0,10 fortschreitend. Bei den gewählten Zwischenräumen, können die nicht zur Darstellung gebrachten Zahlenwerthe, z. B. 10,05, 11,09 16,92, 31,94, 66,97 u. s. w. mit genügender Sicherheit leicht und schnell durch Schätzung ermittelt werden.
3. Der logarithmisch-graphischen Rechentafel ist beigegeben eine 5stellige Hülfstabelle der natürlichen Zahlen der Sinus und Cosinus für den Radius = 1 (Kreis 360) zur Benutzung bei der Berechnung von Coordinatenunterschieden in Polygonzügen, zum Auftragen von Winkeln, bei tachymetrischen Arbeiten u. s. w.

Grundplatte, Schieber und Hülfstabelle werden beim Nichtgebrauche in einem Deckel von Pappe aufbewahrt; auf der inneren Seite dieses Umschlages befindet sich eine graphische Wurzel- und Quadrattafel, aus der man ohne zu blättern zu jeder Zahl von 0,00 bis 99,99 das Quadrat und umgekehrt von jeder Quadratzahl 1—10000 die Wurzel ablesen kann.

Da es mit Benutzung der beiden vorliegenden Zeichnungen, der grösseren (der Grundplatte) und der kleineren (dem Schieber, nach Ausschneiden der schraffirten Streifen), leicht ist, sich ein zutreffendes Bild über das Verfahren bei den Berechnungen mit der Tafel zu machen, wollen wir im Uebrigen auf die im Selbstverlage des Verfassers und durch den Buchhandel zu beziehende besondere „Anweisung zum Gebrauche der Rechentafel von Scherer" verweisen.

Cassel, im October 1892. *Scherer*, Steuerrath.

Zu der vorstehenden Mittheilung des Herrn Steuerraths Scherer können wir theilweise aus eigener Erfahrung mit der von demselben uns überlassenen Tafel noch Folgendes beifügen.

Als ersten Versuch liessen wir von einigen Studirenden in einer Uebungsstunde 20 Producte mit der Scherer'schen Tafel ausrechnen, woraus sich ein mittlerer Fehler von 0,034 % des Productes ergab. Die Studirenden erhielten dabei den Apparat zum ersten mal in die Hand, waren auch sonst noch ganz ungeübt in Handhabung von Instrumenten und Theilungen; wenn also hierbei ein mittlerer Fehler von 0,034 % sich ergab, so kann man bereits schliessen, dass bei vermehrter Uebung der Fehler auf etwa die Hälfte dieses Werthes heruntergehen wird, was in Uebereinstimmung sich befindet mit den Ergebnissen geübter Rechner nämlich:

bei den Producten aus 3 stelligen Zahlen

mittlerer Fehler = ± 0,0158 % (Wilski)
0,0193 % (Herrmann)
0,0187 % (Pabst)
0,0100 % (Scherer),
Gesammtmittel 0,016 %

bei den Producten aus 4 stelligen Zahlen ist

mittlerer Fehler = ± 0,0150 % (Wilski)
0,0176 % (Herrmann)
0,0220 % (Pabst)
Gesammtmittel ± 0,018 %

Aus all diesem ist zu entnehmen, dass die Genauigkeit der Scherer'schen Rechentafel zu etwa 0,02 % oder $\frac{1}{5000}$ anzuschlagen ist, oder dass die Tafel an Genauigkeit mit einer 4 stelligen Logarithmentafel concuriren kann. Eine andere Frage dürfte sein, ob die Handhabung der freien Tafel-Theilung, namentlich bei Lampenbeleuchtung und für nicht mehr junge Augen, nicht auf die Dauer zu anstrengend ist, doch ist nach den in Cassel gemachten Erfahrungen dieses nicht zu fürchten. — Um an Bequemlichkeit die Rechentafel dem gewöhnlichen Rechenschieber etwas näher zu bringen, habe ich den Versuch gemacht, eine doppelte Rahmenführung herstellen zu lassen, so dass der Schieber mit der Tafel feste Führung erhält und nicht durch Versehen mit der Hand oder durch Luftbewegung verschoben oder verdreht werden kann. Vielleicht lässt der Herr Erfinder selbst auch in dieser Hinsicht Versuche machen.

Was endlich das Anwendungsgebiet der logarithmischen Rechentafel betrifft, so müssen die Producte $s \sin \alpha$ und $s \cos \alpha$ jedenfalls ein Rolle spielen, wenn nicht zur Polygonrechnung selbst, so doch zur raschen Revision von Polygonrechnungen.

Herr Scherer hat hierzu einen Schieber für neue Theilung (400^g) hergestellt; für alte Theilung (360^0) wird noch auf die Beihülfe einer Tafel der sin und cos verwiesen, so dass man zuerst sin und cos aus der Zahlen-Tafel entnehmen und dann erst $s \cdot \sin \alpha$ und $s \cdot \cos \alpha$ mit der Schiebertafel bestimmen würde. — Jedenfalls lässt sich auch für alte Theilung die Schiebertafel auf $s \cdot \sin \alpha$ und $s \cdot \cos \alpha$ direct einrichten, und dann würde für Coordinatenrechnung mässiger Genauigkeit die logarithmische Rechentafel ein Hülfsmittel von grosser Tragweite werden.

In diesem Sinn soll die Scherer'sche Rechentafel in Frankreich gebraucht werden, und es hat Herr Lallemand, ingenieur en chef du service du nivellement général de la France, Herrn Scherer geschrieben:

> J'ai l'honneur de vous accuser réception de la nouvelle règle avec échelle de sinus. Des essais que nous avons faits avec vos échelles, il résulte que l'erreur maximum à craindre est de $\frac{1}{2900}$ sur le produit d'un nombre par un nombre et de $\frac{1}{3300}$ sur le produit d'un nombre par un sinus. Ces résultats sont très satisfaisants.

Nach all diesen Erfahrungen wünschen wir der Scherer'schen logarithmischen Rechentafel weite Verbreitung und vielseitige Verwendung bei landmesserischen Zahlenrechnungen. J.

Kloth's Flächenmaasstafeln.

Schon vor Jahresfrist habe ich mir die Aufgabe gestellt, die neue Hyperbeltafel des Herrn Katastercontroleur Kloth, welche auf photographischem Wege auf einer durchsichtigen Glastafel hergestellt wird, auf ihre Genauigkeit zu untersuchen. Ich benutzte hierzu eine Tafel aus Celluloid, welche mir ihrer Biegsamkeit und Geschmeidigkeit wegen geeigneter erschien, wie eine Tafel aus Glas. Die Herren Revisionsgeometer Güntner, Kayser und Kleinknecht hatten die Güte, die Versuche auszuführen und mir die Ergebnisse dieser Versuche schon vor längerer Zeit mitzutheilen. Der Artikel in dem Heft 23 von 1892 dieser Zeitschrift (S. 626 ff.) über die Theilungsfehler der Kloth'schen Tafeln von Herrn Wilski mahnt mich an das gegebene Versprechen, die Resultate der vorgenommenen Genauigkeitsuntersuchungen zu veröffentlichen.

Die Versuche wurden in der Weise ausgeführt, dass man je eine grössere Anzahl im Maassst. 1 : 1000 scharf aufgezeichneter regelmässigen Figuren (Feldgrundstücke) in wechselnder Grösse von 50—6000 qm das eine Mal durch Entwerfen der zur Flächenberechnung erforderlichen Längenmaasse